الفصل 7 :

الاحتمالات

الفصل 7 : الاحتمالات

الدرس 1 : تمثيل فضاء العينة

فضاء العينة لتجربة ما:

هو مجموعة جميع النواتج الممكنة.

مثال: اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة.

الحل: فضاء العينة : T , L

ملاحظة
كتابة : T
شعار : L

مثال: ألقيت قطعة مكعب مرقم مرة واحدة. اكتب فضاء العينة لهذه لتجربة.

الحل: فضاء العينة : $1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6$

---

* يمكن تمثيل فضاء العينة بعدة طرق:

- القائمة المنظمة
- الجدول
- الرسم الشجري

مثال: ألقيت قطعة نقد مرتين. مثّل فضاء العينة لهذه لتجربة باستعمال القائمة المنظمة و الجدول و الرسم الشجري.

الحل:

أولاً: القائمة المنظمة

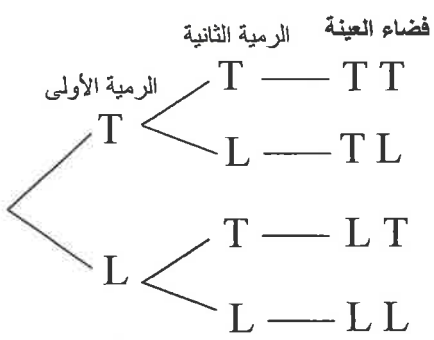
L , T $\quad$ T , L

L , L $\quad$ T , T

ثانياً: الجدول

الرمية الأولى \ الرمية الثانية	شعار (L)	كتابة (T)
شعار (L)	L , L	L , T
كتابة (T)	T , L	T , T

ثالثاً: الرسم الشجري



مثال: عندما يسدّد اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفًا (G) أو لا يسجل هدفًا (O). افرض أن اللاعب سدّد ركلة جزاء مرتين

مثّل فضاء العينة لهذه لتجربة باستعمال القائمة المنظمة و الجدول و الرسم الشجري.

الحل:

أولاً: القائمة المنظمة

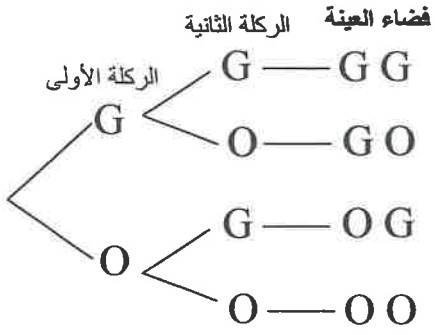
O , G

G , O

O , O

G , G

ثالثاً: الرسم الشجري



ثانياً: الجدول

ركلة الجزاء الثانية

النواتج	G	O
G	G , G	G , O
O	O , G	O , O

ركلة الجزاء الأولى

مثال:

ألقيت قطعة نقد مرة واحدة، ثم رمي مكعب مرقم مرة واحدة أيضًا. اكتب فضاء العينة لهذه لتجربة.

الحل:

فضاء العينة :

T,1	T,2	T,3	T,4	T,5	T,6
L,1	L,2	L,3	L,4	L,5	L,6

❖ مبدأ العد:

المقصود به: إيجاد عدد النواتج الممكنة لفضاء العينة.

طريقته:

نضرب عدد النواتج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة.

مثال:

أوجد عدد النواتج الممكنة عند إلقاء قطعة نقد مرتين.

الحل:

الرمية ❷ الرمية ❶

$$\text{عدد النواتج} = 2 \cdot 2$$

$$= 4$$

مثال:

أوجد عدد النواتج الممكنة عند رمي مكعب مرقم أربع مرات .

الحل:

الرمية ❹ الرمية ❸ الرمية ❷ الرمية ❶

$$\text{عدد النواتج} = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$$

$$= 1296$$

مثال:

أوجد عدد النواتج الممكنة عند إلقاء قطعة نقد ثلاث مرات.

الحل:

الرمية ❸ الرمية ❷ الرمية ❶

$$\text{عدد النواتج} = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$= 8$$

مثال:

يريد سعد شراء ثوب من بين البدائل المبينة في الجدول المجاور.
فما عدد الخيارات المتاحة أمامه ليختار ثوبًا مناسبًا ؟

البدائل	عدد الخيارات
القماش	5
اللون	6
الأكمام	3
القبّة	3
الفتحة الأمامية	2
الأزرار	2

الحل:

$$5 \times 6 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 1080$$

∴ لدى سعد 1080 خيارًا ليختار ثوبًا مناسبًا.

الدرس 2: الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

1) الاحتمال باستعمال المضروب:

تستعمل هذه الطريقة في حالة:

إذا كان الاختيار كل من كل

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ ، $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

❖ قانون الاحتمال:

$$\text{(الاحتمال)} \quad P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

مثال: نواف وماجد عضوان في فريق المدرسة الرياضي. إذا كان عدد أعضاء الفريق 20 ،ويرتدي كل منهم قميصًا مرقمًا من (1)إلى (20) بشكل عشوائي،فما احتمال أن يكون رقم قميص نواف (1) ،ورقم قميص ماجد (2) ؟

الحل:

20 عضو ⟵ 20 قميص (كل من كل)

عدد نواتج فضاء العينة $= 20!$

عدد نواتج الحادثة ⇐ $(20-2)! = 18!$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

$$P\left(\text{نواف 1 وماجد 2}\right) = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{18!}{20!}$$

$$= \frac{\cancel{18!}}{20 \cdot 19 \cdot \cancel{18!}}$$

$$= \frac{1}{380}$$

مثال:

وزعت بطاقات مرقمة من 1 إلى 50 على 50 شخصًا في حفلة، وكان حسين وزياد من بين الحاضرين.
ما احتمال أن يكون حسين قد أخذ البطاقة رقم 14 وزياد البطاقة رقم 23 ؟

الحل:

50 بطاقة ⟵ 50 شخص (كل من كل)

عدد نواتج فضاء العينة $= 50!$

عدد نواتج الحادثة $\Leftarrow$ $(50-2)! = 48!$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

$$P\left(\text{حسين 14 وزياد 23}\right) = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{48!}{50!}$$

$$= \frac{\cancel{48!}}{50 \cdot 49 \cdot \cancel{48!}}$$

$$= \frac{1}{2450}$$

تمرين:

وزعت أقلام مرقمة من 1 إلى 30 على 30 طالبًا في فصل، وكان ناصر وصالح من بين الحاضرين.
ما احتمال أن يكون ناصر قد أخذ القلم رقم 6 وصالح القلم رقم 10 ؟

2) الاحتمال باستعمال التباديل:

تستعمل هذه الطريقة في حالة:

إذا كان الاختيار جزء من كل وفيه شروط وفيه ترتيب.

$$_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20$$

$$_6P_3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

❖ قانون الاحتمال:

$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}} \quad \text{(الاحتمال)}$$

مثال: تعرض جماعة النادي العلمي البالغ عدد أفرادها 40 طالبًا في مدرسة ثانوية تجارب علمية، إذا اختير ثلاثة طلاب من الجماعة عشوائيًا. فما احتمال أن يتم اختيار عبد المجيد للإشراف على تجارب الفيزياء، وزيد للإشراف على تجارب الكيمياء، ومحمود للإشراف على تجارب الأحياء؟

الحل:

40 طالب ⟵ 3 طلاب (جزء من كل وفيه شروط وفيه ترتيب)

عدد نواتج فضاء العينة:

$$_{40}P_3 = 40 \cdot 39 \cdot 38 = 59280$$

عدد نواتج الحادثة $= 1$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

$$P\left(\text{الحادثة}\right) = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{1}{59280}$$

مثال:

تم اختيار شخصين عشوائيًّا من مجموعة من عشرة أشخاص . ما احتمال اختيار طارق أولًا ثم سليم ثانيًا ؟

الحل:

10 **أشخاص** ⟵ **شخصين** (جزء من كل وفيه شروط وفيه ترتيب)

عدد نواتج فضاء العينة:

$$_{10}P_2 = 10 \cdot 9 = 90$$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

عدد نواتج الحادثة $= 1$

$$P\left(\text{طارق أولاً ثم سليم ثانيًا}\right) = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{1}{90}$$

تمرين:

تم اختيار ثلاثة أشخاص عشوائيًّا من مجموعة من تسعة أشخاص . ما احتمال اختيار مهند أولًا ثم ناصر ثانيًا ثم فهد ثالثًا ؟

3) الاحتمال باستعمال التوافيق:

تستعمل هذه الطريقة في حالة:

إذا كان الاختيار جزء من كل ولا يوجد فيه شروط ولا ترتيب.

$$_6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{120}{6} = 20$$

❖ قانون الاحتمال:

$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}} \quad \text{(الاحتمال)}$$

مثال: يريد مدرب كرة طائرة اختيار 6 لاعبين من بين 10 لاعبين هم أعضاء الفريق. ما احتمال اختيار اللاعبين محمد وعبدالله وعيسى وخالد وفيصل وطلال ؟

الحل:

10 لاعبين ⟵ 6 لاعبين (جزء من كل ولا يوجد فيه شروط ولا ترتيب)

عدد نواتج فضاء العينة:

$$_{10}C_6 = 210$$

عدد نواتج الحادثة $= 1$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{1}{210}$$

مثال: اشترك 15 طالبًا من الصف الثاني الثانوي في مسابقة ثقافية. إذا اختير منهم 4 طلاب عشوائيًا، فما احتمال أن يكونوا: ماجد وعبدالعزيز وخالد وفوزي؟

الحل:

15 طالب ⟵ 4 طلاب (جزء من كل ولا يوجد فيه شروط ولا ترتيب)

عدد نواتج فضاء العينة:

$$_{15}C_4 = 1365$$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

عدد نواتج الحادثة $= 1$

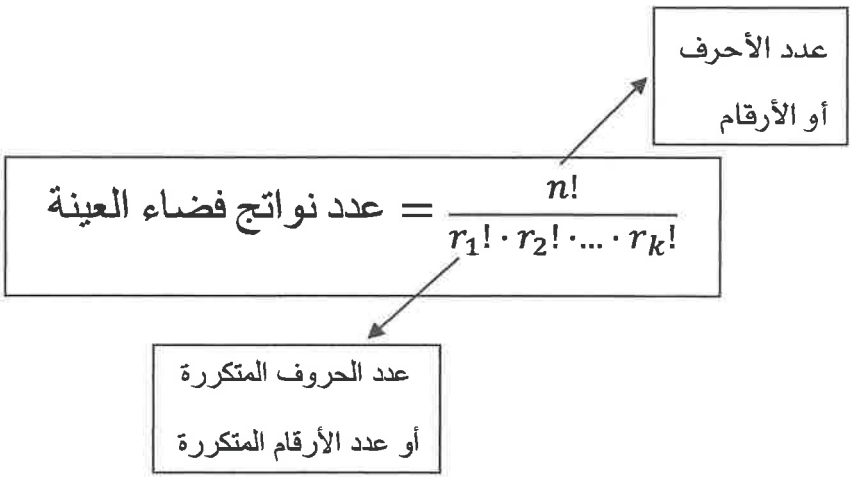
$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{1}{1365}$$

تمرين:

يتكون مجلس إدارة شركة كبرى من 9 أعضاء. اختير منهم أربعة أعضاء عشوائيًا. فما احتمال أن يكون الأشخاص الأربعة هم محمد وماجد وطلال وفيصل؟

4) الاحتمال باستعمال التباديل مع التكرار:



❖ قانون الاحتمال:

$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}} \quad \text{(الاحتمال)}$$

مثال: إذا اخترت تبديلاً للأحرف المبينة أدناه عشوائيًا ،فما احتمال أن تتكون كلمة (سكاكا)؟

س ، ا ، ك ، ا ، ك

الحل:

هناك 5 أحرف فيها الحرف (ا) مكرر مرتين ، والحرف (ك) مكرر مرتين

$$\text{عدد نواتج فضاء العينة} = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)}$$

$$= \frac{120}{(2) \cdot (2)} = \frac{120}{4} = 30$$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

عدد نواتج الحادثة $= 1$

$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{1}{30}$$

مثال: إذا اخترت تبديلاً للأحرف المبينة أدناه عشوائيًا، فما احتمال أن تتكون كلمة (ماليزيا)؟.

ي ، ا ، ز ، م ، ل ، ا ، ي

الحل:

هناك 7 أحرف فيها الحرف (ي) مكرر مرتين ، والحرف (ا) مكرر مرتين

$$\text{عدد نواتج فضاء العينة} = \frac{7!}{2! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)}$$

$$= \frac{5040}{(2) \cdot (2)} = \frac{5040}{4} = 1260$$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

عدد نواتج الحادثة $= 1$

$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{1}{1260}$$

مثال: إذا استعملت الأرقام 2 , 6 , 5 , 5, 4, 2 , 2 لتكوين رقم هاتف، فما احتمال أن يكون رقم الهاتف 6545222 ؟

الحل:

هناك 7 أرقام فيها الرقم (2) مكرر ثلاث مرات ، والرقم (5) مكرر مرتين

$$\text{عدد نواتج فضاء العينة} = \frac{7!}{3! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)}$$

$$= \frac{5040}{(6) \cdot (2)} = \frac{5040}{12} = 420$$

عدد نواتج الحادثة $= 1$

ملاحظة
الحادثة: بعد (كلمة ما احتمال) في السؤال المعطى

$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

$$= \frac{1}{420}$$

تمرين:

إذا اخترت تبديلاً للأحرف المبينة أدناه عشوائيًا ،فما احتمال أن تتكون كلمة (فلفل)

ف ، ف ، ل ، ل

5) الاحتمال باستعمال التباديل الدائرية :

هناك حالتان لإيجاد الاحتمال

❶ إذا كان بدون نقطة مرجعية

$$P = \frac{1}{(n-1)!}$$

حيث: n عدد العناصر

مثال: جلوس 7 أشخاص حول طاولة دائرية

❷ إذا كان بنقطة مرجعية

$$P = \frac{1}{n}$$

حيث: n عدد العناصر

مثال: جلوس 7 أشخاص حول طاولة دائرية بشرط أن الأكبر بجوار النافذة

مثال: إذا رُتِّبت 6 نماذج لعب صغيرة في سوار عشوائيًّا، فما احتمال ظهورها كما في الشكل المجاور ؟

الحل:

تباديل دائرية

لا توجد نقطة مرجعية

$$P = \frac{1}{(n-1)!}$$

$$= \frac{1}{(6-1)!} = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$$

مثال:

جلس 4 أشخاص في مطعم حول منضّدة دائرية الشكل وكان أحد المقاعد بجوار النافذة. إذا جلس الأشخاص بشكل عشوائي، فما احتمال أن يجلس الشخص الذي سيدفع فاتورة الطعام بجوار النافذة ؟

الحل:

تباديل دائرية

توجد نقطة مرجعية

$$P = \frac{1}{n}$$

$$= \frac{1}{4}$$

مثال: إذا رتبت 5 بطاقات مُسجل عليها الأسماء: (حسن ، محمد ، أحمد ، سالم ، سعود) على منضدة دائرية عشوائيًّا، فما احتمال ظهورها كما في الشكل المجاور ؟

الحل:

تباديل دائرية

لا توجد نقطة مرجعية

$$P = \frac{1}{(n-1)!}$$

$$= \frac{1}{(5-1)!} = \frac{1}{4!} = \frac{1}{24}$$

مثال:

تـجمَّع فريق كرة قدم مكوَّن من 11 لاعبًا على شكل حلقة يتشاورون قبل بداية المباراة،

إذا وقف حكم المباراة تـمـامًا خلف أحدهم، فمـا احتمـال وقوف الحكم خلف حارس المرمى ؟

الحل:

تباديل دائرية

توجد نقطة مرجعية

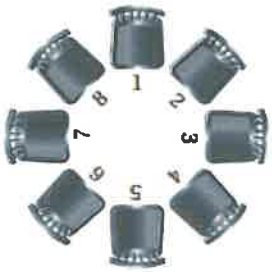
$$P = \frac{1}{n}$$

$$= \frac{1}{11}$$

تمرين ❶:

إذا جلس 8 طلاب عشوائيًّا على مقاعد موضوعة بشكل دائري كمـا في الشكل أدناه.

فمـا احتمـال أن يـجلس الطلاب حسب الترتيب الـمبين ؟



تمرين ❷:

يرتب سامي المقاعد على صورة دائرة للعمل في مـجموعات متعاونة . إذا كان في دائرة سامي 7 مقاعد ،

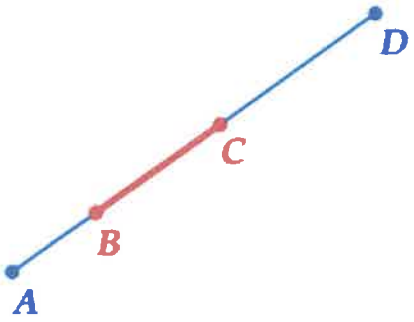
فمـا احتمـال أن يكون مقعد سامي هو الأقرب إلى الباب ؟

الدرس 3: الاحتمال الهندسي

هو احتمال يتضمن قياسات هندسية **مثل** الطول أو المساحة.

ملاحظة:

في الشكل المجاور:



إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا على $\overline{AD}$ فإن:

$$P(\text{أن تقع } E \text{ على } \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

مثال: إذا اختيرت النقطة X عشوائيًا على $\overline{JM}$ كما في الشكل أدناه،

فأوجد احتمال أن تقع X على $\overline{KL}$.

الحل:

$$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{KL}) = \frac{KL}{JM}$$

$$= \frac{7}{3+7+4}$$

$$= \frac{7}{14}$$

$$= 0.5$$

مثال: إذا اختيرت النقطة A عشوائيًا على $\overline{BE}$ في الشكل أدناه،

فأوجد $P(\text{أن تقع } A \text{ على } \overline{DE})$

الحل:

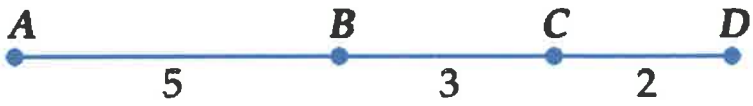
$$P(\text{أن تقع } A \text{ على } \overline{DE}) = \frac{DE}{BE}$$

$$= \frac{9}{5 + 12 + 9}$$

$$= \frac{9}{26}$$

$$\approx 0.34$$

مثال: إذا اختيرت النقطة X عشوائيًا على $\overline{AD}$ في الشكل أدناه،



فأوجد كلاً مما يأتي:

(a $P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BC})$

الحل:

$$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

$$= \frac{3}{5 + 3 + 2}$$

$$= \frac{3}{10}$$

$$= 0.3$$

(b $P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BD})$

الحل:

$$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BD}) = \frac{BD}{AD}$$

$$= \frac{3 + 2}{5 + 3 + 2}$$

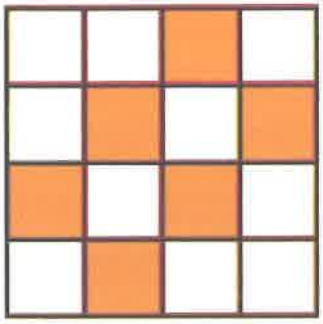
$$= \frac{5}{10}$$

$$= 0.5$$

تمرين: إذا اختيرت النقطة X عشوائيًا على $\overline{JM}$ كما في الشكل أدناه،
فأوجد $P($أن تقع X على $\overline{LM})$

مثال: اختيرت نقطة عشوائيًا في الشكل أدناه، أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة.

الحل:



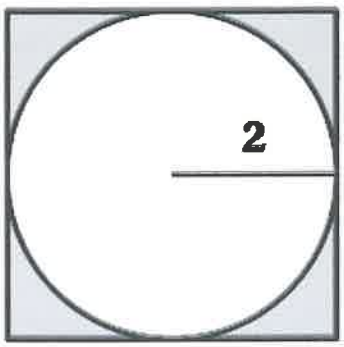
$$P = \frac{\text{عدد المربعات المظللة}}{\text{عدد المربعات الكلي}}$$

$$= \frac{6}{16}$$

$$= 0.375$$

مثال: اختيرت نقطة عشوائيًا في الشكل أدناه، أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة.

الحل:



أولاً: نوجد مساحة الدائرة

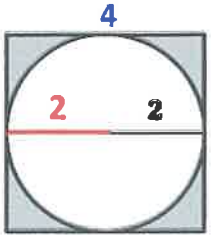
$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2$$

$$= \pi (2)^2$$

$$= 4\pi$$

ثانياً: نوجد مساحة المربع

$$\text{مساحة المربع} = (\text{طول الضلع})^2$$



$$= (4)^2$$

$$= 16$$

ثالثاً: نوجد الاحتمال

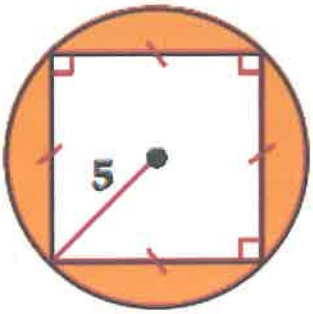
$$P = \frac{\text{مساحة المنطقة المظللة}}{\text{المساحة الكلية}}$$

$$= \frac{16 - 4\pi}{16}$$

$$\approx 0.21$$

مثال: اختيرت نقطة عشوائيًا في الشكل أدناه، أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة.

الحل:



أولاً: نوجد مساحة الدائرة

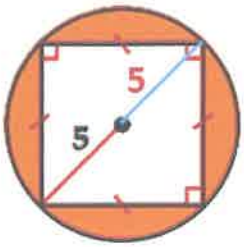
$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2$$

$$= \pi (5)^2$$

$$= 25\pi$$

ثانياً: نوجد مساحة المربع

$$\text{مساحة المربع} = \frac{(\text{طول القطر})^2}{2}$$



$$= \frac{(10)^2}{2}$$

$$= 50$$

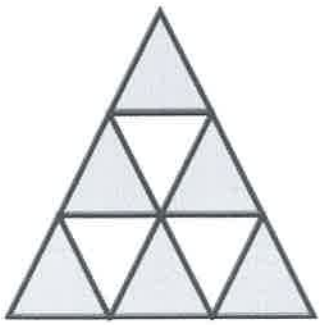
ثالثاً: نوجد الاحتمال

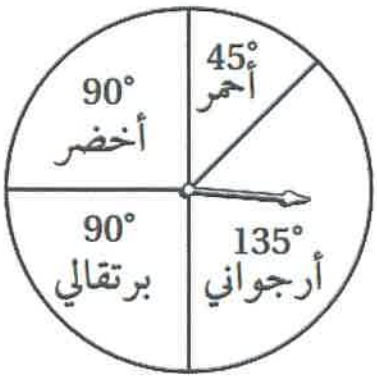
$$P = \frac{\text{مساحة المنطقة المظللة}}{\text{المساحة الكلية}}$$

$$= \frac{25\pi - 50}{25\pi}$$

$$\approx 0.363$$

تمرين: اختيرت نقطة عشوائيًا في الشكل أدناه، أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة.





مثال: استعمل القرص ذا المؤشر الدوّار في الشكل المجاور لإيجاد كل مما يأتي:

(علمًا بأنه يعاد تدوير المؤشر إذا استقر على الخط الفاصل بين القطاعات الملونة)

a) (استقرار المؤشر على اللون الأرجواني)P

الحل:

$$P(\text{استقرار المؤشر على اللون الأرجواني}) = \frac{135}{360} = 0.375$$

---

b) (استقرار المؤشر على اللون الأحمر)P

الحل:

$$P(\text{استقرار المؤشر على اللون الأحمر}) = \frac{45}{360} = 0.125$$

---

c) (عدم استقرار المؤشر على اللون الأحمر أو اللون الأخضر)P

الحل:

$$P(\text{عدم استقرار المؤشر على اللون الأحمر أو اللون الأخضر}) = \frac{135 + 90}{360} = \frac{225}{360} = 0.625$$

تمرين: في المثال السابق أوجد ما يلي:

(استقرار المؤشر على اللون البرتقالي)P

الدرس 4: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

---

1) الحوادث المستقلة

تكون A و B حادثتين مستقلتين إذا كان احتمال حدوث A لايؤثر في احتمال حدوث B.

مثال: إلقاء قطعة نقد مرة واحدة ثم رمي مكعب مرقم مرة واحدة أيضًا.

الحادثتان مستقلتان لأن نتيجة التجربة الأولى لا تؤثر في نتيجة التجربة الثانية.

❖ **كلمات تدل على الحوادث المستقلة.**

بإرجاع ،بإعادة وما يشبهها في المعنى.

القانون: إذا كانت الحادثتان A و B مستقلتين **فإن:**

$$P(A \text{ و } B) = P(A) \cdot P(B)$$

مثال: سحب ناصر كرة من صندوق به 3 كرات زرقاء، و 5 كرات صفراء ولم تعجبه فأعادها وسحب كرة أخرى فما احتمال أن يسحب كرة زرقاء في المرتين.

الحل:

فأعادها ⟵ تدل على الحوادث المستقلة

B : كرة زرقاء

$$P(B \text{ و } B) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64} \approx 0.14$$

مثال: سحب فيصل بطاقة من صندوق به 6 بطاقات حمراء، و 4 بطاقات خضراء ولم تعجبه فأرجعها وسحب بطاقة أخرى فما احتمال أن يسحب بطاقة خضراء في المرتين.

الحل:

فأرجعها ⟵ تدل على الحوادث المستقلة

G : بطاقة خضراء

$$P(G \text{ و } G) = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = 0.16$$

مثال: صندوق به 7 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء ما احتمال سحب ثلاث كرات حمراء على التوالي بإرجاع.

الحل:

بإرجاع ⟵ تدل على الحوادث المستقلة

R : كرة حمراء

$$P(R \text{ و } R \text{ و } R) = \frac{7}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{343}{1728} \approx 0.19$$

مثال: صندوق يحتوي على 6 كرات زرقاء و 4 كرات حمراء إذا سحبت كرة عشوائيًا ثم أعيدت ثم سحبت كرة ثانية ما احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والثانية زرقاء.

الحل:

أعيدت ⟵ تدل على الحوادث المستقلة

A : كرة حمراء ، B : كرة زرقاء

$$P(A \text{ و } B) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{24}{100} = 0.24$$

مثال: كيس يحتوي على 5 قصاصات صفراء و 3 قصاصات زرقاء ، سحب خالد قصاصة ولم تعجبه فأعادها وسحب مرة أخرى، ما احتمال أن يسحب قصاصة زرقاء في المرتين.

الحل:

فأعادها ⟵ تدل على الحوادث المستقلة

B : قصاصة زرقاء

$$P(B \text{ و } B) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64} \approx 0.14$$

تمرين: سحب فهد كرة من صندوق به 7 كرات خضراء، و 4 كرات حمراء ولم تعجبه فأعادها وسحب كرة أخرى فما احتمال أن يسحب كرة خضراء في المرتين.

2) الحوادث غير المستقلة

تكون A و B حادثتين غير مستقلتين إذا كان احتمال حدوث A يؤثر في احتمال حدوث B.

❖ **كلمات تدل على الحوادث غير المستقلة.**

بدون إرجاع ، بدون إعادة ، لم يرجعها ، لم يعيدها وما يشبهها في المعنى.

مثال: صندوق به 8 أوراق زرقاء و 10 أوراق حمراء سحبت ورقتان واحدة تلو الأخرى ولم يرجعهما ما احتمال الحصول على ورقتين زرقاء.

الحل:

لم يرجعهما ⟵ تدل على الحوادث غير المستقلة

B : ورقة زرقاء

$$P(B \text{ و } B) = \frac{8}{18} \cdot \frac{7}{17} = \frac{56}{306} \approx 0.18$$

مثال: يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء.إذا سحبت كرتان على التوالي دون إرجاع، فما احتمال أن تكون الأولى سوداء والثانية بيضاء؟

الحل:

دون إرجاع ⟵ تدل على الحوادث غير المستقلة

B : كرة سوداء ، W : كرة بيضاء

$$P(B \text{ و } W) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7} \approx 0.28$$

مثال: صندوق به 6 بطاقات حمراء و 5 بطاقات خضراء ما احتمال سحب 3 بطاقات حمراء على التوالي دون إرجاع.

الحل:

دون إرجاع ⟵ تدل على الحوادث غير المستقلة

R : بطاقة حمراء

$$P(R \text{ و } R \text{ و } R) = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{120}{990} \approx 0.12$$

تمرين: يحتوي صندوق على 7 كرات صفراء و 3 كرات خضراء.إذا سحبت كرتان على التوالي دون إرجاع، فما احتمال أن تكون الأولى صفراء والثانية خضراء ؟

الدرس 5: احتمالات الحوادث المتنافية

❖ الحوادث المتنافية:

يقال أن : B و A حادثتان متنافيتان إذا كان:

وقوع أحدهما يمنع وقوع الأخرى.

(لا توجد عناصر مشتركة بين الحادثتين)

مثال ❶:

عند اختيار جائزة واحدة من ساعة أو نظارة.

حادثتان متنافيتان لا يمكن وقوعهما معًا.

مثال ❷:

المسؤول طالب من الصف الثاني الثانوي أو من الصف الثالث الثانوي.

حادثتان متنافيتان لا يمكن وقوعهما معًا.

مثال ❸:

إلقاء مكعب مرقم للحصول على عدد فردي أو عدد زوجي.

حادثتان متنافيتان لا يمكن وقوعهما معًا.

القانون: إذا كانت الحادثتان A , B **متنافيتين فإن:**

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B)$$

❖ كلمات تدل على الحوادث المتنافية:

وجود كلمة (أو) بين حادثتين متنافيتين (لا توجد عناصر مشتركة بين الحادثتين)

مثال: اختار موسى كتابًا من الكتب الموجودة في مكتبته بشكل عشوائي وهي 10 كتب تاريخية و 12 كتب علمية و 13 كتب أدبية ما احتمال أن يكون الكتاب تاريخيًا أو علميًا؟

الحل:

A : كتاب تاريخي ، B : كتاب علمي

❖ **الحادثتان متنافيتان لأن وقوع أحدهما يمنع وقوع الأخرى.**

عدد عناصر فضاء العينة (مجموع الكتب)

$$10 + 12 + 13 = 35$$

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{10}{35} + \frac{12}{35} = \frac{22}{35}$$

مثال: أراد بعض الطلاب تقديم هدية لزميلهم لحصوله على لقب الطالب المثالي، فوجد معلم الصف أن 10 منهم اختاروا ساعة،و 12 اختاروا قميصًا،و 6 اختاروا هاتفًا نقالًا،و 4 اختاروا ميدالية. إذا اختار المعلم الهدية عشوائيًا فما احتمال أن تكون هدية الطالب المثالي ساعة أو ميدالية؟

الحل:

A : ساعة ، B : ميدالية

❖ **الحادثتان متنافيتان لأن وقوع أحدهما يمنع وقوع الأخرى.**

عدد عناصر فضاء العينة (مجموع الهدايا)

$$10 + 12 + 6 + 4 = 32$$

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{10}{32} + \frac{4}{32} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$$

مثال: حصل سامي على جائزة أفضل أداء لموظفي شركة،وكانت جائزته أن يختار عشوائيًا واحدة من بين 4 بطاقات سفر و 6 كتب و 10 ساعات و 3 حقائب و 7 نظارات. ما احتمال أن يربح بطاقة سفر ، أو كتابًا ، أو ساعة ؟

الحل:

A : بطاقة سفر ، B : كتاب ، C : ساعة

❖ **الحوادث متنافية لأن وقوع أحدهما يمنع وقوع الأخرى.**

عدد عناصر فضاء العينة (مجموع الجوائز)

$$4 + 6 + 10 + 3 + 7 = 30$$

$$P(A \text{ أو } B \text{ أو } C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$= \frac{4}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

تمرين: إذا ربح طالب في مسابقة إلقاء الشعر في احتفال المدرسة باليوم الوطني للملكة فسيُمنح جائزة.

إذا اختيرت الجائزة عشوائيًا من بين 15 محفظة و 16 ساعة و 14 نظارة و 25 قلمًا و 10 كرات ،

فما احتمال أن يُمنح الفائز محفظة أو ساعة أو كرة ؟

❖ الحوادث غير المتنافية:

يقال أن : A , B حادثتان غير متنافيتان إذا كان:

يوجد بينهما عناصر مشتركة

مثال:

المسؤول طالب من الصف الأول الثانوي أو طالب يبدأ اسمه بحرف م .

حادثتان غير متنافيتان

لأنه يمكن أن يكون المسؤول من الصف الأول الثانوي و في الوقت نفسه يبدأ اسمه بحرف م .

❖ كلمات تدل على الحوادث غير المتنافية:

وجود كلمة (أو) بين حادثتين غير متنافيتين (توجد عناصر مشتركة بين الحادثتين)

القانون: إذا كانت الحادثتان A , B **غير متنافيتين فإن:**

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

مثال: يبين الجدول المجاور 30 لوحة رسمها إبراهيم. إذا اختار إحدى هذه اللوحات عشوائيًا للمشاركة في معرض للوحات الفنيّة، فما احتمال أن يختار لوحة زيتية أو منظرًا طبيعيًّا ؟

لوحات ابراهيم			
الوسيلة	طبيعة صامتة	مناظر طبيعية	أشكال هندسية
ألوان مائية	4	5	3
ألوان زيتية	1	3	2
ألوان أكريل	3	2	1
ألوان باستيل	1	0	5

الحل:

A : لوحة زيتية ، B : منظرًا طبيعيًّا

❖ **الحادثتان غير متنافيتان**

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{6}{30} + \frac{10}{30} - \frac{3}{30} = \frac{13}{30}$$

مثال: بناءً على الجدول المجاور ، اختير طالب في المدرسة. ما احتمال أن يكون الطالب من الصف الثاني الثانوي أو في نادي العلوم ؟

النادي	الصف الأول الثانوي	الصف الثاني الثانوي	الصف الثالث الثانوي
الرياضي	12	14	8
العلوم	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
اللغة الإنجليزية	11	15	13

الحل:

A : ثاني الثانوي ، B : نادي العلوم

❖ **الحادثتان غير متنافيتان**

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{39}{100} + \frac{11}{100} - \frac{6}{100} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25}$$

مجموع القيم في الجدول

❖ **احتمال الحادثة المتممة:**

كلمات تدل على الحادثة المتممة: (**عـدم**)

القانون:

احتمال عدم وقوع الحادثة A هو : $P(\grave{A}) = 1 - P(A)$

مثال: إذا كان احتمال هطول المطر 70% فما احتمال عدم هطوله ؟

الحل: عدم ⟵ تدل على الحادثة المتممة

$$P(\grave{A}) = 30\%$$

مثال: اشتركت سميرة في مسابقة ثقافية، وطُلب منها سحب بطاقة عشوائيًّا من صندوق به (300) بطاقة، منها (20) بطاقة رابحة. ما احتمال عدم سحب بطاقة رابحة ؟

الحل: **عدم** ⟵ تدل على الحادثة المتممة

A : سحب بطاقة رابحة ، $\grave{A}$: عدم سحب بطاقة رابحة

$$P(\grave{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{20}{300}$$

$$= \frac{300 - 20}{300} = \frac{280}{300} = \frac{14}{15}$$

مثال: أكمل الفراغ التالي:

إذا كانت A حادثة في فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان $P(A) = 0.8$

فإن احتمال عدم وقوع الحادثة A يساوي .....

الحل: 0.2